1.1. Весовые пространства в углах и $\mathbb{R}^n$

Пространства $H_a^k(\Omega)$

Вначале мы рассмотрим плоский случай. Обозначим через

$$\theta = \{y \in \mathbb{R}^2 : d_1 < \varphi < d_2,\ 0 < r\}$$

плоский угол, где r, φ — полярные координаты точки y, $0 < d_2 - d_1 < 2\pi$ Предположим, что $\Omega = \theta$ или $\mathbb{R}^2$.

Определение 1.1.1. Введем весовое пространство Кондратьева $H_a^k(\Omega)$ как пополнение множества $C_0^\infty\big(\overline{\Omega} \setminus \{0\}\big)$ по норме

$$\|u\|_{H_a^k(\Omega)} = \left(\sum_{|\alpha| \leqslant k} \int\limits_{\Omega} r^{2(a-k+|\alpha|)} \left|D^\alpha u(y)\right|^2 dy\right)^{1/2}, \tag{1.1.1}$$

где $C_0^\infty\big(\overline{\Omega} \setminus \{0\}\big)$ — множество бесконечно дифференцируемых функций в $\overline{\Omega}$ с компактными носителями в $\overline{\Omega} \setminus \{0\}$, $k \geqslant 0$ — целое, $a \in \mathbb{R}$.

Для того чтобы ввести эквивалентную норму в пространстве $H_a^k(\Omega)$, мы перейдем к полярным координатам r, φ и сделаем замену переменной $\tau = \ln r$. Тогда угол θ и множество $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ отобразятся в полосы

$$G = \{y' = (\varphi, \tau) : d_1 < \varphi < d_2,\ -\infty < \tau < +\infty\}$$

и

$$G = \{y' = (\varphi, \tau) : 0 \leqslant \varphi < 2\pi,\ -\infty < \tau < +\infty\}$$

соответственно. Функцию $u(y)$ в новой системе координат обозначим через $u(y')$. По индукции легко доказать следующие равенства

$$D_y^\alpha = e^{-|\alpha|\tau} \sum_{|\beta| \leqslant |\alpha|} a_\beta(\varphi) D_{y'}^\beta, \tag{1.1.2}$$