Поэтому, полагая $c = X'Y$, а матрицу $A = X'X$ (она является симметрической — см. **(4.6)**), найдем

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2X'Y' + 2X'Xb = 0,$$

откуда получаем систему нормальных уравнений в матричной форме для определения вектора b:

$$X'Xb = X'Y. \tag{4.5}$$

Найдем матрицы, входящие в это уравнение[1]. Матрица $X'X$ представляет матрицу сумм первых степеней, квадратов и попарных произведений n наблюдений объясняющих переменных:

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1p} & x_{2p} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \dots & \sum x_{ip} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \dots & \sum x_{i1}x_{ip} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum x_{ip} & \sum x_{i1}x_{ip} & \dots & \sum x_{ip}^2 \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

Матрица $X'Y$ есть вектор произведений n наблюдений объясняющих и зависимой переменных:

$$X'Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1p} & x_{2p} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_{i1} \\ \dots \\ \sum y_i x_{ip} \end{pmatrix}. \tag{4.7}$$

В частном случае из рассматриваемого матричного уравнения **(4.5)** с учетом **(4.6)** и **(4.7)** для одной объясняющей переменной (p=1) нетрудно получить уже рассмотренную выше

---

[1] Здесь под знаком $\sum$ подразумевается $\sum\limits_{i=1}^{n}$.